PRODOTTI NOTEVOLI

Di Aceti Pietro

Inizierei con il definire prodotto notevole: i prodotti notevoli sono particolari prodotti che danno un risultato fisso, facilmente memorizzabile.

QUADRATO DI UN BINOMIO

Consideriamo due generici monomi “a” e “b” la loro somma, il binomio a+b

DEF

Il quadrato di un binomio è uguale al quadrato del primo monomio, più il quadrato del secondo monomio, più il doppio prodotto del primo con il secondo monomi0.

FACCIAMO UN PO’ DI CALCOLI

	$(a+b)^2$
Quadrato di un monomio	$(a+b)^2 = (a+b)\bullet(a+b)$
Per le proprietà delle potenze	$(a+b)\bullet(a+b) = a^2 + 2ab + b^2$
Risolviamo facendo il prodotto	$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
Quindi si dimostra la regola	

QUADRATO DI UN POLINOMIO

Consideriamo tre generici monomi “a” e “b” e “c” la loro somma è il trinomio a+b+c

DEF

Il quadrato di un polinomio di un numero qualunque di termini è uguale alla somma dei quadrati dei termini più i doppi prodotti di ciascuno di essi per ognuno di quelli che lo seguono.

FACCIAMO UN PO’ DI CALCOLI

(per semplicità consideriamo solo 3 termini ma la regola vale per infiniti termini)

Quadrato di un trinomio	$(a+b+c)^2$
Per le proprietà delle potenze	$(a+b+c)^2 = (a+b+c)\bullet(a+b+c)$
Risolviamo facendo il prodotto	$(a+b+c)\bullet(a+b+c) = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2cb$
Quindi si dimostra la regola	$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2cb$

PRODOTTO TRA LA SOMMA E LA DIFFERENZA DI DUE MONOMI

Consideriamo due generici monomi “a” e “b” la loro somma è il binomio a+b e la loro differenza il binomio a-b

DEF

Il prodotto della somma di due monomi per la loro differenza è uguale alla differenza tra i quadrati dei monomi.

FACCIAMO UN PO’ DI CALCOLI

Il prodotto della somma di due monomi per la loro differenza	$(a+b)\bullet(a-b)$
Risolviamo facendo il prodotto	$(a+b)\bullet(a-b) = a^2 + b^2 + 2ab - 2ab$
Ma se si osserva e si dimostra la regola	$(a+b)\bullet(a-b) = a^2 + b^2$

CUBO DI UN BINOMIO

Consideriamo due generici monomi “a” e “b” la loro somma è il binomio a+b

DEF

Il cubo di un binomio è la somma dei cubi dei monomi, più il triplo prodotto del quadrato del primo monomio per il secondo, più il triplo prodotto del primo monomio per il quadrato del secondo.

FACCIAMO UN PO’ DI CALCOLI

Cubo di un monomio $(a+b)^3$

Per le proprietà delle potenze $(a+b)^3 = (a+b)^2 \bullet (a+b)$

Risolviamo facendo il quadrato del binomio per il binomio $(a+b)^3 = (a^2+b^2+2ab) \bullet (a+b)$

Finiamo i calcoli $(a+b)^3 = a^3 + a^2b + b^2a + b^3 + 2a^2b + 2ab^2$

Quindi si dimostra la regola $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

POTENZA DI UN BINOMIO E IL TRIANGOLO DI TARTAGLIA

Il triangolo di tartaglia è uno strumento matematico che ci indica i coefficienti che devono avere vari monomi elevati a un dato indice di potenza.

ECCO IL TRIANGOLO

1

1 - 1

1 – 2 - 1

1 – 3 – 3 - 1

1 – 4 – 6 – 4 - 1

COME SI COSTRUISCE

Il triangolo di tartaglia si costruisce facendo la somma dei termini precedenti
Infatti il primo e l’ultimo membro (1) si riportano sempre.
I membri centrali si derivano con una semplice addizione
un esempio è la 5° riga che corrisponde alla potenza 4 di un binomio egli corrisponde a 1-4-6-4-1
-Dove 1 è riportato
-dove 4 è la somma di 1+3 oppure 3+1
-dove 6 è la somma di 3+3

COME SI UTILIZZA

La potenza del binomio $(a+b)^n$ è un polinomio omogeneo di grado n, completo ed ordinato secondo le potenze decrescenti della prima lettera e crescenti della seconda i cui coefficienti sono forniti dalla corrispondente riga triangolo di Tartaglia.

Esempio 5 riga coefficienti di elevazione alla 4°

$$(a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3$$

ESEMPI

COMPLETO = A^2+A+5+A^3

è completo perché ci sono tutte le potenze dalla terza in giù

INCOMPLETO = A^2+A^3

è incompleto perché manca il primo grado (A) e il grado zero (termine noto)